Exercice :

On considère un cube ABCDEFGH. On note M le milieu du segment [EH], N celui de [FC] et P le point tel que $\vec{HP}$= $\vec{ HG}$/4.



Partie A : Section du cube par le plan (MNP)

1. Justifier que les droites (MP) et (FG) sont sécantes en un point L. Construire le point L.
2. On admet que les droites (LN) et (CG) sont sécantes et on note T leur point d’intersection

On admet que les droites (LN) et (BF) sont sécantes et on note Q leur point d’intersection.

1. Construire les points T et Q en laissant apparents les traits de construction.
2. Construire l’intersection des plans (MNP) et (ABF)
3. En déduire une construction de la section du cube par le plan (MNP).

Partie B : L’espace est rapporté au repère ( A,B,D,E).

1. Donner les coordonnées des points M,N et P dans ce repère.
2. Déterminer les coordonnées du point L
3. On admet T (1 ;1 ;5/8). Le triangle TPN est-il rectangle en T ?

**Correction**

**Partie A :**

1. Les 2 droites appartiennent à la face EFGH. Les droites (EH) et (FG) sont parallèles et le point M appartient à [EH] mais pas le point P. Par conséquent, les droites (MP) et (FG) sont sécantes.
2. L’intersection des 2 plans est représentée en trait plein rouge ( les 2 droites (PT) et ( RQ) sont parallèles)



1. La section du cube par le plan (MNP) est représentée par le polygone RMPTQ.

**Partie B :**

1. M (0 ;0.5 ;1) N(1 ;0.5 ;0.5) P(0.25 ;1 ;1)
2. $\vec{MP}$ (0.25 ;0.5 ;0). Une représentation paramétrique de (MP) est donc :

$$\{\begin{matrix}x=0.25t\\y=0.5+0.5t\\z=1\end{matrix}$$

$\vec{FG}$ (0 ;1 ;0). Une représentation paramétrique de (FG) est donc :

$$\{\begin{matrix}x=1\\y=k, k un réel\\z=1\end{matrix}$$

Cela signifie que 0.25t=1 soit t=4. Par conséquent, les coordonnées de L sont (1 ;2.5 ;1).

1. $TP^{2}=\frac{45}{64}$, $TN^{2}=\frac{17}{64}$, $NP^{2}=\frac{17}{16}$ or $\frac{45}{64}+\frac{17}{64}=\frac{31}{32}\#\frac{17}{16}$. D’après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle TPN n’est pas rectangle en T.